



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Моделирование системы оптических волноводов для создания квантовых вентиляей.

Докладчик: Лытаев Александр Алексеевич

Научный руководитель:

Попов Игорь Юрьевич

Санкт-Петербург, 2022

Цель

Моделирование системы из двух сближенных волноводов вычислительно эффективным методом с целью реализации квантового вентиля CNOT на основе теории сближенных волноводов

Задачи

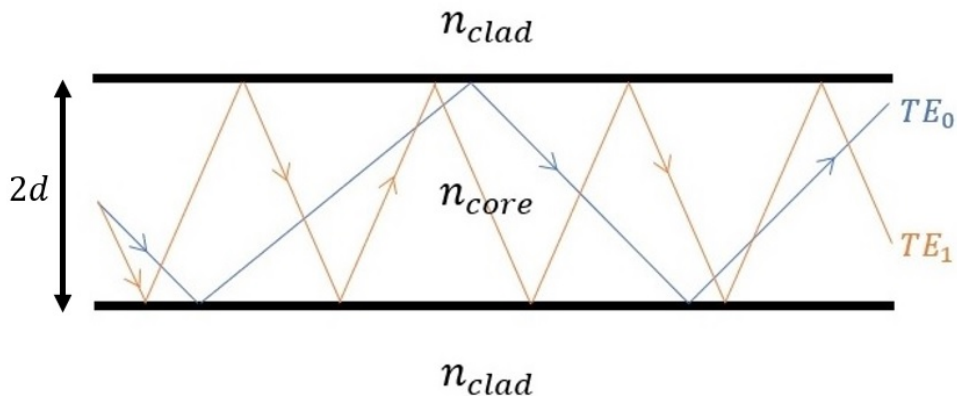
- ✓ Провести численное моделирование системы из двух сближенных волноводов прямых волноводов с помощью теории связанных волноводов
- ✓ Подбор параметров вентиля на основе данного моделирования
- ✓ Решение задачи об описании распространения излучения в изогнутом волноводе

Двумодовая модель квантовых вычислений

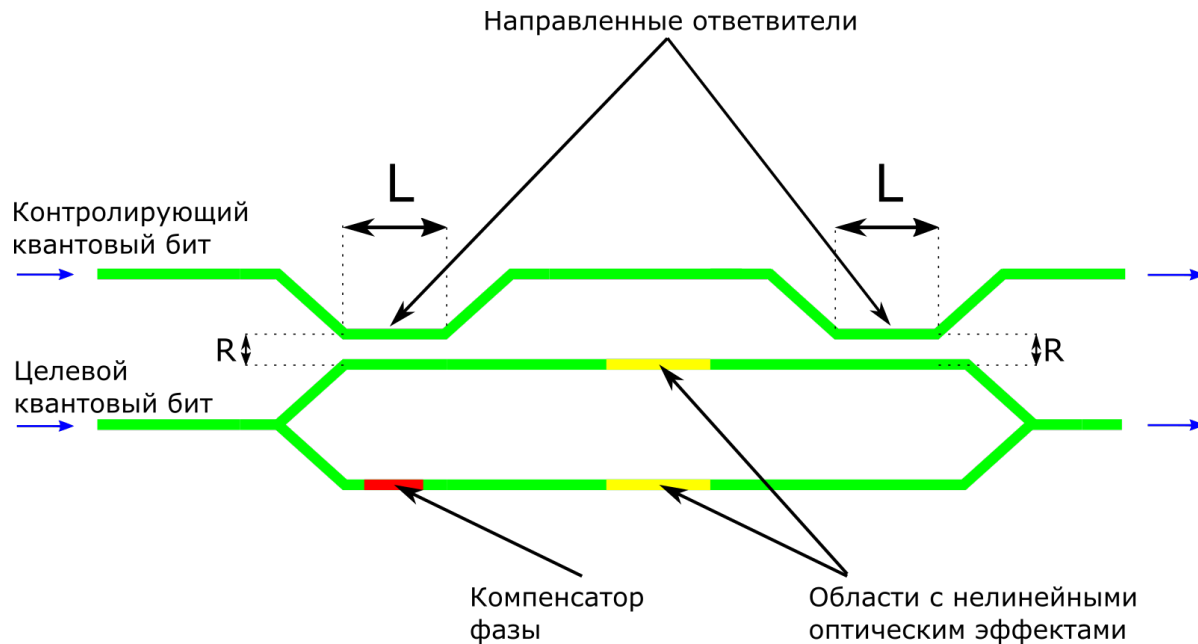
$|0\rangle$ – кодируется TE_0 модой волновода

$|1\rangle$ – кодируется TE_1 модой волновода

$$|\psi\rangle = A_0|TE_0\rangle + A_1|TE_1\rangle$$

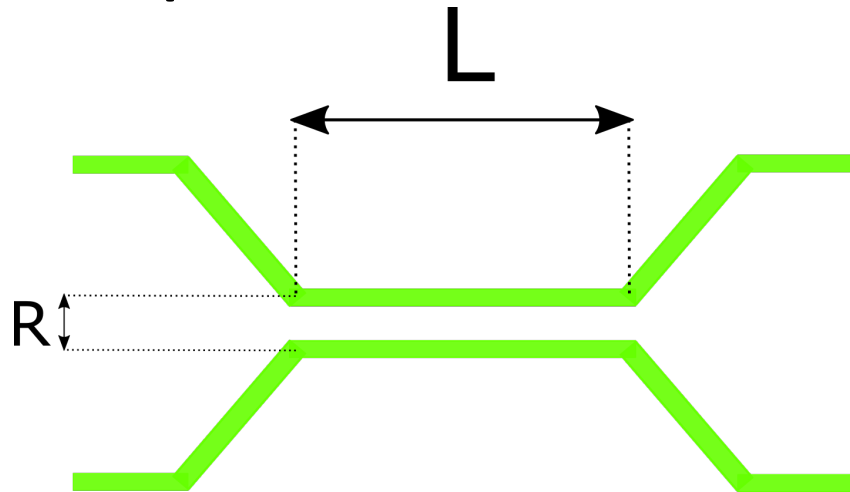


Двумодовая модель квантовых вычислений

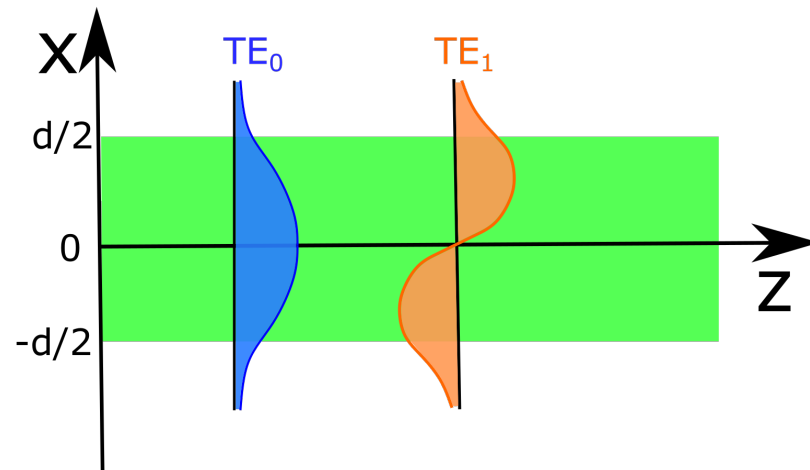


Модель CNOT вентиля

Направленный ответвитель

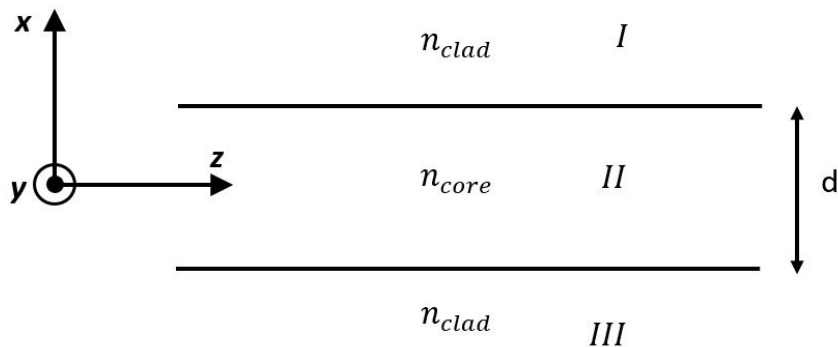


Направленный ответвитель

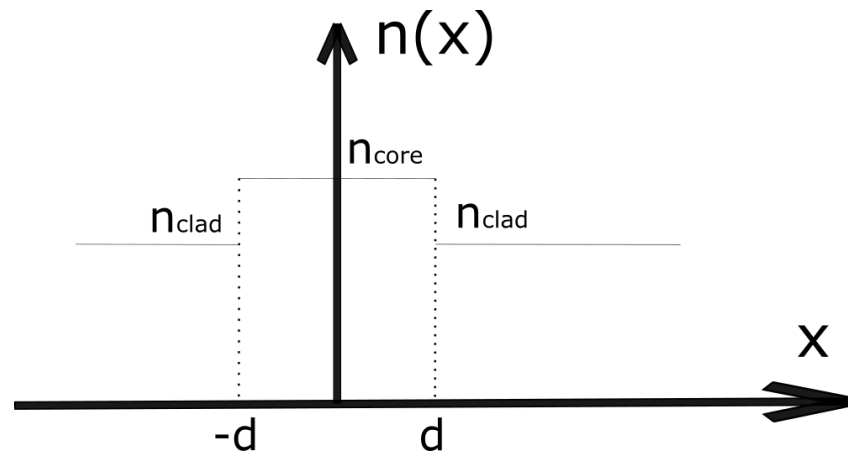


Пространственное распределение полей мод

Моды плоского волновода



Геометрия задачи



Пространственное распределение
коэффициента преломления

Моды плоского волновода

Уравнения Максвелла

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Уравнение Гельмгольца

$$\nabla^2 \vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2} n^2(x) \vec{E} = 0$$

Граничные условия

$$\hat{E}_y^I(d) = \hat{E}_y^{II}(d)$$

$$\hat{H}_z^I(d) = \hat{H}_z^{II}(d)$$

$$\hat{E}_y^{II}(-d) = \hat{E}_y^{III}(-d)$$

$$\hat{H}_z^{II}(-d) = \hat{H}_z^{III}(-d)$$

Моды плоского волновода

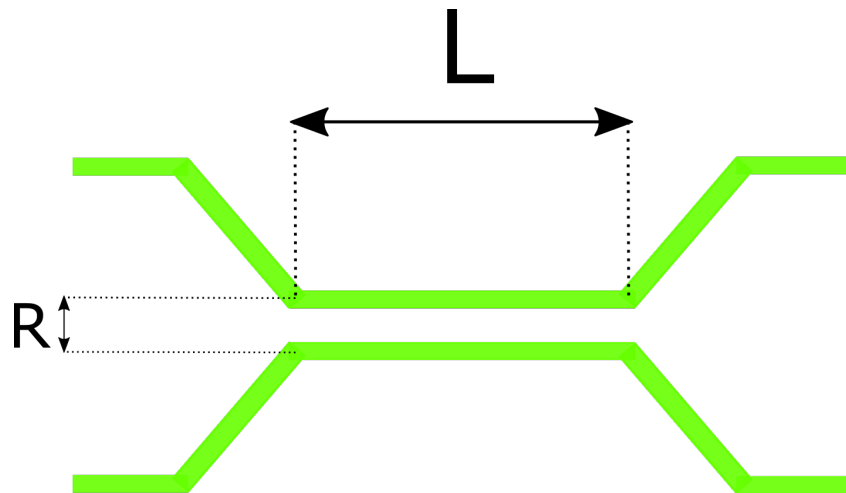
Чётные

$$\hat{E}_y(x) = \begin{cases} \hat{E}_y(x) = A\cos(\chi x), & |x| < d \\ \hat{E}_y(x) = A\cos(\chi d)e^{-\gamma(|x|-d)}, & |x| > d \end{cases}$$

Нечётные

$$\hat{E}_y(x) = \begin{cases} \hat{E}_y(x) = A\sin(\chi x), & |x| < d \\ \hat{E}_y(x) = \text{sign}(x)A\sin(\chi d)e^{-\gamma(|x|-d)}, & |x| > d \end{cases}$$

Теория связанных волноводов



Направленный ответвитель

Теория связанных волноводов

Приближение теории
связанных волноводов

$$\vec{E} = \sum_{\nu, m = 0, 1} A_{\nu m}(z) \vec{E}_{\nu m}$$

$$\vec{H} = \sum_{\nu, m = 0, 1} A_{\nu m}(z) \vec{H}_{\nu m}$$

Уравнения Максвелла для мод
волновода

$$\nabla \times \vec{H} = i\omega \epsilon_0 n(x, z)^2 \vec{E}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega \mu_0 \vec{H}$$

Теория связанных волноводов

$$\sum_{\nu, m = 0, 1} \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{H}_{\nu m}) - i\omega \epsilon_0 (n_{core}^2 - n_{clad}^2)_{\nu} A_{\nu m} \vec{E}_{\nu m} = 0$$

$$\sum_{\nu, m = 0, 1} \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} (\vec{e}_z \times \vec{E}_{\nu m}) = 0$$

$$\sum_{\nu, m = 0, 1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx \left(\frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} \vec{e}_z (\vec{H}_{\nu m} \times \vec{E}_{\nu' m'}) + \frac{\partial A_{\nu m}}{\partial z} \vec{e}_z (\vec{E}_{\nu m} \times \vec{H}_{\nu' m'}) - \right. \\ \left. - i\omega \epsilon_0 (n_{core}^2 - n_{clad}^2)_{(\nu+1) \bmod 2} A_{\nu m} \vec{E}_{\nu m} \vec{E}_{\nu' m'} \right) = 0, \quad \nu', m' = 0, 1$$

Теория связанных волноводов

Система дифференциальных уравнений на коэффициенты связи

$$\frac{\partial A_{00}}{\partial z} c_0 + A_{10} i D_0^0 + A_{11} i D_1^0 e^{i\Delta\beta z} = 0$$

$$\frac{\partial A_{01}}{\partial z} c_1 + A_{10} i D_0^1 e^{-i\Delta\beta z} + A_{11} i D_1^1 = 0$$

$$\frac{\partial A_{10}}{\partial z} c_0 + A_{00} i D_0^0 + A_{01} i D_1^0 e^{i\Delta\beta z} = 0$$

$$\frac{\partial A_{11}}{\partial z} c_1 + A_{00} i D_0^1 e^{-i\Delta\beta z} + A_{01} i D_1^1 = 0$$

Теория связанных волноводов

Пренебрежение межмодовым взаимодействием

$$\frac{\partial A_{00}}{\partial z} c_0 + A_{10} i D_0^0 = 0$$

$$\frac{\partial A_{01}}{\partial z} c_1 + A_{11} i D_1^1 = 0$$

$$\frac{\partial A_{10}}{\partial z} c_0 + A_{00} i D_0^0 = 0$$

$$\frac{\partial A_{11}}{\partial z} c_1 + A_{01} i D_1^1 = 0$$

Аналитическое решение

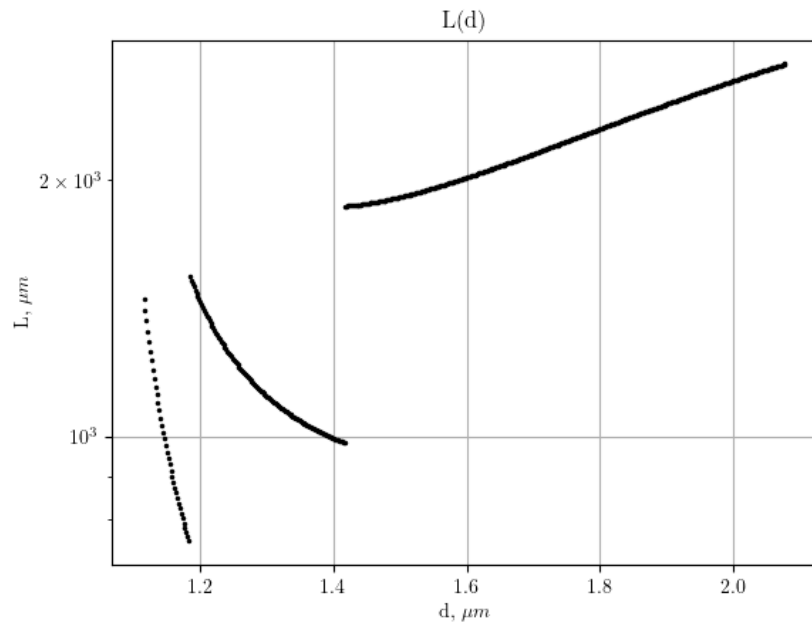
$$A_{0m}(z) = A_{0m}(0) \cos\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right) - i A_{1m}(0) \sin\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right)$$

$$A_{1m}(z) = A_{1m}(0) \cos\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right) - i A_{0m}(0) \sin\left(\frac{D_m^m}{c_m} z\right)$$

Целочисленное условие на коэффициенты связи

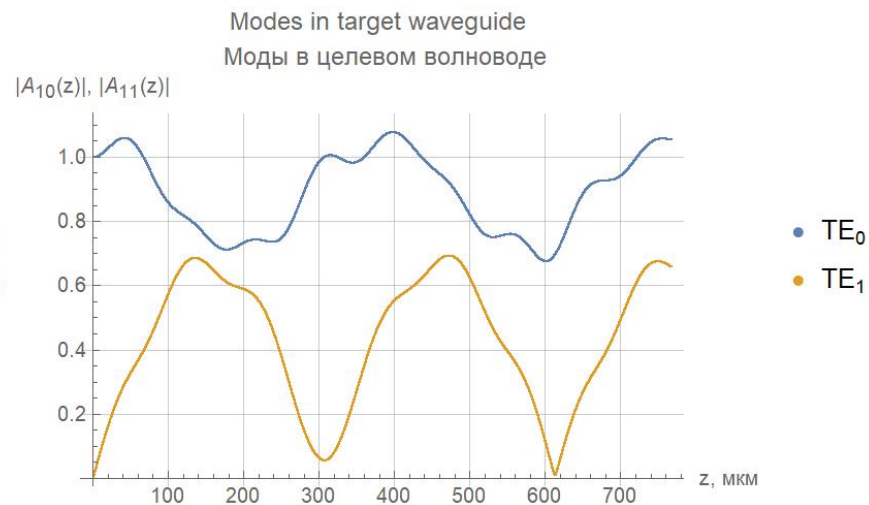
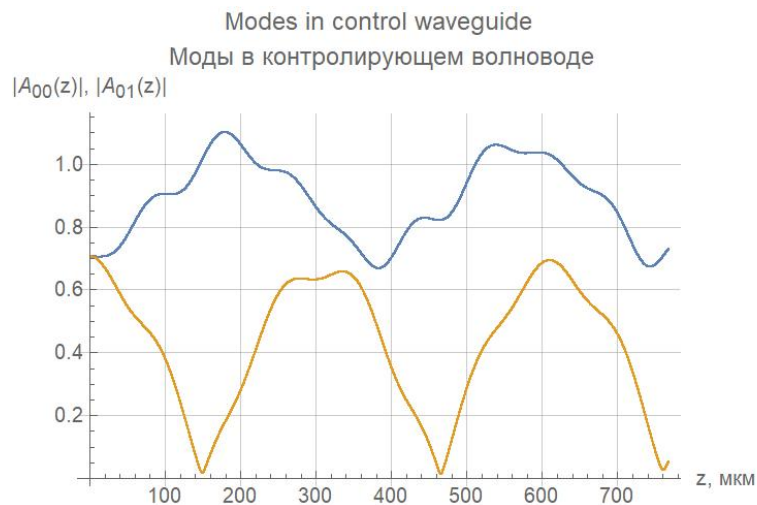
$$\frac{D_1^1/c_1}{D_0^0/c_0} = \frac{4i_1 + 1}{4i_0}, \quad i_0, i_1 \in \mathbb{N}$$

Результаты численного моделирования



Зависимость длины связи от толщины волновода

Результаты численного моделирования

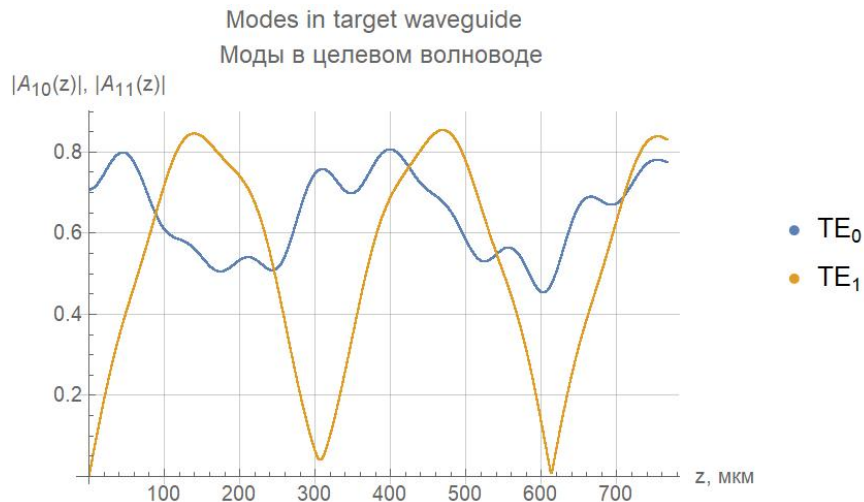
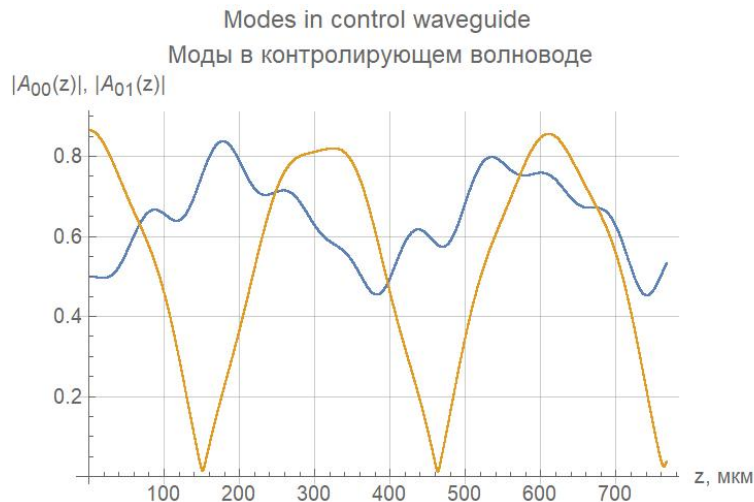


• TE₀
• TE₁

• TE₀
• TE₁

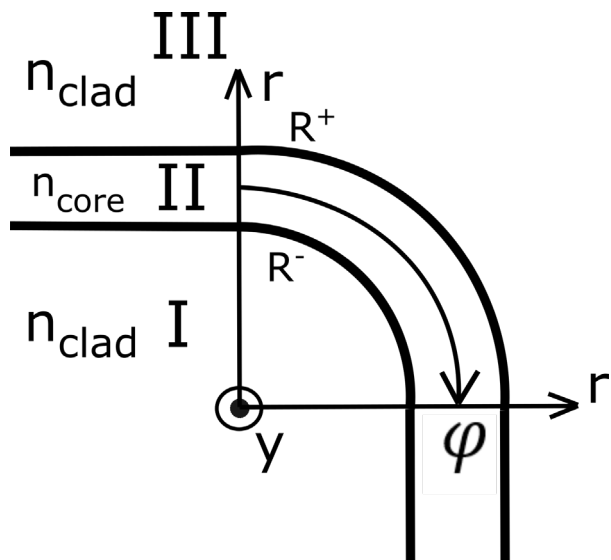
На входе $1/\sqrt{2} (|0\rangle + |1\rangle)$ в контролирующем бите и $|0\rangle$ в целевом

Результаты численного моделирования



На входе $\frac{\sqrt{3}}{2} (|0\rangle) + \frac{1}{2} |1\rangle$ в
контролирующем
бите и $|0\rangle$ в целевом

Распространение излучения в изогнутых волноводах



Уравнение Гельмгольца

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + n^2(x) k_0^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right] \hat{E}_y(r) = 0$$

Общее решение уравнения

$$\hat{E}_y = \begin{cases} J_\nu(k_2 r) & , 0 \leq r \leq R^- \\ A_{1\nu} J_\nu(k_1 r) + A_{2\nu} N_\nu(k_1 r) & , R^- \leq r \leq R^+ \\ A_{3\nu} J_\nu(k_3 r) + A_{4\nu} N_\nu(k_3 r) & , R^+ \leq r \end{cases}$$

Распространение излучения в изогнутых волноводах

Граничные условия

$$A_{1\nu} = \frac{\pi R^-}{2} (k_1 J_\nu(k_2 R^-) N'_\nu(k_1 R^-) - k_2 J'_\nu(k_2 R^-) N_\nu(k_1 R^-))$$

$$A_{2\nu} = \frac{\pi R^-}{2} (k_2 J'_\nu(k_2 R^-) J_\nu(k_1 R^-) - k_1 J_\nu(k_2 R^-) J'_\nu(k_1 R^-))$$

$$A_{3\nu} = \frac{\pi R^+}{2} (-k_1 N_\nu(k_3 R^+) (A_{1\nu} J'(k_1 R^+ + A_{2\nu} N'(k_1 R^+))) + k_3 N'_\nu(k_3 R^+ (A_{1\nu} J_\nu(k_1 R^+) + A_{2\nu} N_\nu(k_1 R^+)))$$

$$A_{4\nu} = \frac{\pi R^+}{2} (k_1 J_\nu(k_3 R^+) (A_{1\nu} J'(k_1 R^+ + A_{2\nu} N'(k_1 R^+))) - k_3 J'_\nu(k_3 R^+ (A_{1\nu} J_\nu(k_1 R^+) + A_{2\nu} N_\nu(k_1 R^+)))$$

Распространение излучения в изогнутых волноводах

Характеристическое уравнение для квазинепрерывных мод

$$A_{4\nu} = 0$$

Для них

$$P_{\nu\nu} \gg P_{\nu\xi}$$

Где

$$P_{\nu\xi} = \frac{1}{4} \int_0^{+\infty} (\vec{E}_\nu \times \vec{H}_\xi^* + E_\xi^* \times \vec{H}_\nu)_\varphi dr$$

Распространение излучения в изогнутых волноводах

Тогда поле имеет вид

$$\vec{E}_y(r, \varphi) = \sum_n C_n^{(b)} \vec{e}_y \hat{E}_y(r) e^{-i(\nu_n - i\alpha_n)\varphi}$$

$$C_n^{(b)} = \frac{1}{2P_{nn}^{(b)}} \int_0^{+\infty} -\left(\sum_{\mu} C_{\mu}^{(l)} \hat{E}_{y\mu}^{(l)}\right) H_{rn}^{(b)} dr$$

$$C_{\mu}^{(r)} = \frac{1}{2P_{\mu}^{(r)}} \int_0^{\infty} \left(-\sum_n C_n^{(b)} \exp(-i(\nu_n - i\alpha_n)\varphi_0) \hat{E}_{yn}\right) H_{r\mu}^{(r)} dr$$

Результаты работы

- ✓ Численно решена задача о поиске направляемых мод прямого волновода
- ✓ Проведено моделирование системы из двух сближенных плоских волнопроводов с помощью теории связанных волнопроводов
- ✓ Проведён обзор существующим методов описания изогнутых волнопроводов

План дальнейшей работы

- ✓ Реализация одного из методов для моделирования распространения излучения в изогнутом плоском волноводе
- ✓ Обобщение теории связанных волноводов на изогнутые участки
- ✓ Моделирование всей системы более точным, но более время затратным методом

Список литературы

- ✓ Fu, Jian, and Tang Shao-Fang (2003) “Quantum computations with transverse modes of an optical field propagating in waveguides” Chinese Phys. Lett. 20 (9): 1426.
- ✓ Gloge, Detlef and Dietrich Marcuse (1969) “Formal quantum theory of light rays” Management of Environmental Quality: An International Journal 59 (12): 1629–1631.
- ✓ Marcuse, Dietrich (1982) “Coupling between dielectric waveguides”, in Joanne Evans and Lester Hunt (eds) Light Transmission Optics, New-York, van Nostrand Reinhold.

Спасибо за внимание

Лытаев Александр Алексеевич

sas-lyt@ya.ru

ITMO *re than a*
UNIVERSITY