**Министерство науки высшего образования Российской Федерации**

**федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования**

**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИТМО»**

**(Университет ИТМО)**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Математический анализ - 1**

*(указывается наименование дисциплины по учебному плану без шифра)*

|  |  |
| --- | --- |
| **Направление (-ия) подготовки** |  |
|  | *(указываются код (-ы) и наименование направления (-ий) подготовки)* |
| **Квалификация выпускника** | БАКАЛАВР |
| *(БАКАЛАВР / ИНЖЕНЕР / МАГИСТР)* | |
| **Образовательная программа** | Мехатроника и робототехника |
|  | *(указывается название образовательной программы, без шифра)* |
| **Форма обучения** | очная |
|  | |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Трудоемкость** | | **Семестр** | **Вид контроля**  **(экз./диф.зач./зач.)** | **Контакт-ная работа, час.** | **Занятий лекц. типа,**  **час.** | **Лаборат. занятий,**  **час.** | **Прак-тич. занятий,**  **час.** | **СРО,**  **час.** |
| **зач. ед.** | **час.** |
|  |  | **2** | **экзамен** | **136** | **68** |  | **68** | **136** |

**Санкт-Петербург**

**2020 г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Разработана:

структурное подразделение факультет система управления и робототехники

Бойцев А.А., к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Трифанова Е.С., к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Пыркин А.А., д.т.н. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. **ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения дисциплины является достижение следующих результатов обучения:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Код и наименование**  **компетенции** | **Код (ы) и наименование (-ия) индикатора(ов)**  **достижения компетенций** | **Планируемые результаты обучения** |
| ОПК-1.  Способен применять математические, естественнонаучные и общепрофессиональные знания для понимания окружающего мира и для решения задач профессиональной деятельности | ОПК-1.2  Использует положения, законы и методы естественных наук и математики при решении задач профессиональной деятельности | Знания: воспроизводит определения  понятий, теоремы и их доказательства;  объясняет и иллюстрирует понятия и их свойства; описывает основные методы решения задач математического анализа;  Умения: использует для анализа и  решения задач знание основных  понятий и теорем математического анализа; выбирает и применяет методы решения;  Навыки: проводит логически верные  рассуждения и корректные вычисления;  оценивает правильность решения и  результата. |

1. **СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ раздела** | **Наименование**  **раздела дисциплины** | **Распределение часов по дисциплине, часы** | | | | | |
| **Контактная**  **работа** | **Занятия лекционного типа** | **Лабораторные  занятия** | **Практические занятия** | **СРО** | **Всего часов** |
| **1** | Неопределенный интеграл |  | 6 |  | 10 | **16** | 32 |
| **2** | Определенный интеграл Римана и его приложения |  | 18 |  | 14 | **32** | 64 |
| **3** | Несобственные интегралы |  | 8 |  | 10 | **18** | 36 |
| **4** | Теория рядов |  | 24 |  | 24 | **48** | 96 |
| **5** | Ряды и преобразование Фурье |  | 12 |  | 10 | **22** | 44 |
| **ИТОГО:** | |  | **68** |  | **68** | **136** | **272** |

Дисциплина реализуется:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| * без использования онлайн-курса | X |  | | |  |
|  | | |  |  | Номер (а) из перечня онлайн-курсов, указанных в учебно-методическом обеспечении дисциплины |
| * с использованием онлайн-курсов (смешанное обучение) | | |  |  |  |
|  | | |  |  |  |
| * может быть заменена онлайн-курсом | | |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ раздела** | **Наименование раздела дисциплины** | **Содержание** | **Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса\*** |
| 1 | Неопределенный интеграл | Понятие первообразной и неопределенного интеграла, формулы замены переменной и интегрирования по частям. Интегрирование рациональных, тригонометрических, иррациональных выражений. |  |
| 2 | Определенный интеграл Римана и его приложения | Понятие определенного интеграла, классы и свойства интегрируемых функций. Свойства интеграла от интегрируемых функций, формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Вычисление площадей, объемов тел вращения, длины дуги кривой. |  |
| 3 | Несобственные интегралы | Понятие несобственного интеграла и его свойства. Признаки сходимости несобственного интеграла от знакопостоянных и знакопеременных функций. |  |
| 4 | Теория рядов | Понятие числового ряда и его суммы. Признаки сходимости числовых рядов от знакопостоянных последовательностей и от последовательностей, меняющих знак. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов. Функциональные ряды. Равномерная сходимость и ее свойства. Ряды Тейлора. |  |
| 5 | Ряды и преобразование Фурье | Скалярное произведение, ортонормированные системы функций, замкнутость и полнота. Лемма Римана, ядро Дирихле, поточечная и равномерная сходимости ряда Фурье. Преобразование Фурье и его свойства, обратное преобразование Фурье. |  |

1. **УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Литература:

1. Тер-Крикоров, А.М. Курс математического анализа : учебное пособие / А.М. Тер-Крикоров, М.И. Шабунин. — 6-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 675 с. — ISBN 978-5-9963-2987-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/84098 (дата обращения: 23.01.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Сборник задач по математическому анализу : учебное пособие / Л.Д. Кудрявцев, А.Д. Кутасов, В.И. Чехлов, М.И. Шабунин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, [б. г.]. — Том 2 : Интегралы. Ряды — 2009. — 504 с. — ISBN 978-5-9221-0307-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2227 (дата обращения: 23.01.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Родина Т.В., Трифанова Е.С., Бойцев А.А. Типовой расчет по математическому анализу для направления подготовки бакалавров "Прикладная математика и информатика". 3 модуль: Учебно-методическое пособие. - Санкт-Петербург: СПб: Университет ИТМО, 2016, 2016. - 25 с.
4. Родина Т.В., Трифанова Е.С., Бойцев А.А. Типовой расчет по математическому анализу для направления подготовки бакалавров "Прикладная математика и информатика". 4 модуль: Учебно-методическое пособие - Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2016. - 33 с.
5. **ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ**

**ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| **№ п/п** | **Наименование раздела дисциплины (модуля)** | **Компетенция(и)** | **Индикатор(ы) достижения компетенции** | **Оценочные**  **средства текущего контроля успеваемости** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. | Неопределенный интеграл | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Контрольная работа  Домашние задания |
| 2. | Определенный интеграл Римана и его приложения | ОПК-2 | ОПК-1.2 | Контрольная работа  Домашние задания  Рубежный тест |
| 3. | Несобственные интегралы | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Домашние задания |
| 4. | Теория рядов | ОПК-1 | ОПК-1.2. | Контрольная работа  Домашние задания |
| 5. | Ряды и преобразование Фурье | ОПК-1 | ОПК-1.2 | Контрольная работа  Домашние задания  Рубежный тест |
| Итого: | | *Компетенции из РПД* | **Форма контроля** | **Оценочные средства промежуточной аттестации** |
| *Коллоквиум* | список вопросов |
| *Экзамен* | список вопросов и билеты |

**5. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ДОСТИЖЕНИЯ ЗАПЛАНИРОВАННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ**

Типовые контрольные задания, необходимые для оценки достижения запланированных результатов обучения приведены в таблице планирования результатов обучения по дисциплине (БаРС) (Приложение 1)\*.

**5.1 ТЕкущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

|  |
| --- |
| *домашние задания, контрольные работы, тестирование* |
| *(наименование оценочного средства текущего контроля успеваемости\*)* |

**5.2 ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

|  |
| --- |
| *коллоквиум, экзамен* |
| *(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)\** |

**Приложение 1**

**Таблица планирования результатов обучения по дисциплине (БаРС)**



***ЗАДАЧА (ЗАДАНИЕ)***

**Описание технологии применения задач/ заданий***:*

*Задания выдаются обучающимся после обсуждения каждой темы и выполняются обучающимися индивидуально на занятии или дома. Комплект задач содержит то 1 до 10 задач и выдается одинаковым для всех с целью дальнейшего обсуждения возможных вариантов решений. В случае домашних заданий обучающемуся предоставляется срок в 7 дней до предоставления письменного решения каждой задачи.*

**Комплект задач/заданий:**

**Задача 1.** Найти неопределённые интегралы: , , , .

**Задача 2.** Вычислить .

**Задача 3.** Вычислить .

**Задача 4.** Найти площадь фигуры, ограниченной линией, заданной параметрически .

**Задача 5**. Найти площадь фигуры ограниченной кривыми, заданными в полярных координатах .

**Задача 6.** Найти длину дуги кривой .

**Задача 7**. Исследовать несобственные интеграы на сходимость: , , .

**Требования к выполнению задач/заданий:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Требования** | **Максимальное количество баллов** |
| 1. Правильно выбран метод решения задачи | **0,4** |
| 1. Правильно проведены все вычислительные операции | **0,2** |
| 1. Правильно интерпретирован полученный ответ | **0,4** |
| **Итого:** | **1** |

Каждая правильно решенная задача при общем количестве решенных задач 5 и более оценивается в 0,5 балла.

Основаниями для снижения количества баллов за одну задачу в диапазоне от \_\_\_\_до \_\_\_\_являются:

* небрежное выполнение,
* отсутствие указания единиц измерения, не указано направление осей системы координат, если требуется, нет пояснительного рисунка, если он требуется,

В случае если обучающийся правильно выполнил менее 50%, допустил существенные ошибки в вычислении и последовательности решения, оформление работы неудовлетворительное, ему присваивается 0 баллов.

***КОЛЛОКВИУМ***

**Описание технологии проведения коллоквиума:**

*Коллоквиум проводится в форме устного ответа на вопрос из выбранного случайным образом билета. Обучающемуся предоставляется время (30 мин) для подготовки ответа на вопрос после чего по результатам устного разговора с письменными пояснениями выставляется оценка.*

**Перечень вопросов для коллоквиума:**

1. Определение первообразной. Теорема о двух первообразных. Определение неопределенного интеграла и способ его записи. Свойства неопределенного интеграла: перестановочность с дифференциалом и линейность.
2. Таблица интегралов. "Неберущиеся" интегралы.
3. Замена переменной в неопределенном интеграле. Вывод формулы интегрирования по частям.
4. Получение рекуррентной формулы для интеграла .
5. Определение рациональной дроби (дробно-рациональной функции). Простейшие дроби (4 типа). Лемма 1 о выделении простейшей дроби 1 или 2 типа. Лемма 2 о выделении из простейшей дроби 3 или 4 типа. Теорема о разложении правильной дроби на простейшие. Алгоритм интегрирования любой рациональной дроби.
6. Определение интеграла Римана. Понятие интегрируемой функции. Теорема об ограниченности интегрируемой функции.
7. Суммы Дарбу: определение. Свойства сумм Дарбу, связывающие их с интегральными суммами. Свойство сумм Дарбу, связанное с измельчением разбиения. Неравенство между верхними и нижними суммами Дарбу. Определение и существование интегралов Дарбу.
8. Теорема 1 (Критерий интегрируемости функции). Следствие о записи критерия через интегралы Дарбу. Теорема 2 (более простой критерий интегрируемости) .
9. Две теоремы об интегрируемости непрерывных и монотонных на отрезке функций.
10. Теорема об интегрируемости функции с разрывами. Следствие о функции с конечным числом разрывов.
11. Свойства определенного интеграла: свойства, связанные с действиями над функциями (,,). Свойства, связанные с промежутками интегрирования.
12. Оценки интегралов (3 свойства, связанные с неравенствами). Следствия. Первая интегральная теорема о среднем. Ее геометрический смысл.
13. Определение интеграла с переменным верхним пределом. Теорема о его непрерывности.
14. Теорема о дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом. Следствие о существовании первообразной. Формула Ньютона-Лейбница.
15. Теорема о замене переменной в определенном интеграле. Теорема об интегрировании по частям.
16. Теорема об интегрировании четных и нечетных функций. Теорема об интегрировании периодической функции.
17. Понятие клетки (на плоскости и в ). Мера клетки. Понятие элементарного (клеточного) множества, его мера. Свойства элементарных множеств. Свойства меры элементарных множеств (без доказательств).
18. Определения измеримого (по Жордану) множества и его меры. Свойства меры. Теорема (необходимое и достаточное условие измеримости). Теорема о мере границы (без доказательства).
19. Теорема о площади криволинейной трапеции. Следствия о площади фигуры, ограниченной двумя графиками функций и вертикальными прямыми. Следствие о площади фигуры, ограниченной замкнутой кривой. Площадь криволинейного сектора.
20. Понятия кривой в . Определения длины кривой и спрямляемой кривой. Теорема о спрямляемости гладкой кривой.
21. Теорема о выражении длины кривой интегралом. Следствия для длины кривой, заданной параметрически, графиком функции в декартовых или полярных координатах.
22. Вычисление объемов цилиндрического тела и тела с известной площадью поперечного сечения.
23. Определение несобственных интегралов: по бесконечному промежутку и от неограниченной функции. Геометрический смысл. Понятия сходящегося и расходящегося интегралов. Определение интеграла в смысле главного значения (по Коши).
24. Свойства несобственного интеграла.
25. Признаки сходимости несобственного интеграла от неотрицательных функций: необходимое и достаточное условие, два признака сравнения.
26. Критерий Коши сходимости интеграла.
27. Понятия абсолютной и условной сходимостей интеграла. Теорема о связи сходимости и абсолютной сходимости. Теорема о сходимости интеграла от суммы двух функций, одна из которых абсолютно интегрируемая.
28. Признаки Дирихле и Абеля сходимости интегралов.

**Требования к ответам:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Требования** | **Максимальное количество баллов** |
| 1. Уровень усвоения материала по теме коллоквиума | **4** |
| 1. Логика изложения | **3** |
| 1. Полнота и глубина ответов на вопросы преподавателя | **3** |
| **Итого:** |  |

***КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА***

**Описание технологии проведения контрольной работы***:*

Контрольные работы выполняются обучающимися в конце модуля во время аудиторных занятий. На выполнение отводится 2 академических часа. Работы выполняются индивидуально, представляются в письменной форме и должны удовлетворять следующим требованиям: в работе указывается ФИО студента, номер группы, условие каждого задания, основные этапы решения, необходимые иллюстрации, ответ или вывод.

**Комплект заданий для контрольной работы**

1. Вычислить
2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций
3. Вычислить длину дуги кривой
4. Исследовать интеграл на сходимость в зависимости от параметра.
5. Исследовать интеграл на сходимость ***.***

**Требования к выполнению заданий:**

**Максимальное количество баллов из таблицы БаРС — 10 баллов**

* правильное решение менее половины задач – 0 баллов,
* каждая правильно решенная задача при общем количестве решенных задач более половины оценивается в 2 балла.

Основаниями для снижения количества баллов за одну задачу в диапазоне от 1 до 5являются:

* небрежное выполнение,
* низкое качество графического материала,
* ошибки в вычислениях.

*СОБЕСЕДОВАНИЕ ПО ЭКЗАМЕНАЦИОННЫМ БИЛЕТАМ*

**Описание технологии применения оценочного средства**

*Экзамен проводится в форме устного ответа на вопрос из выбранного случайным образом билета. Обучающемуся предоставляется время (30 мин) для подготовки ответа на вопрос после чего по результатам устного разговора с письменными пояснениями выставляется оценка.*

**Примерный перечень вопросов/заданий к экзамену:**

1. Числовые ряды. Определения: ряда, сходящегося и расходящегося ряда, суммы ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Критерий Коши сходимости ряда. Положительные ряды. Признаки сравнения (4 признака).
2. Признак Даламбера (предельная форма).
3. Радикальный признак Коши (предельная форма).
4. Признак Раабе.
5. Интегральный признак Коши.
6. Признак Гаусса.
7. Знакопеременные ряды. Определение абсолютной и условной сходимостей. Теорема о сходимости абсолютно сходящегося ряда. Теорема о сумме двух рядов, один из которых сходится абсолютно.
8. Признак Лейбница сходимости знакочередующегося ряда. Следствие об оценке остатка.
9. Преобразование Абеля. Признаки Дирихле и Абеля сходимости ряда.
10. Теорема об объединении в группы членов сходящегося ряда. Теорема о сходимости рядов, составленных из положительных и отрицательных членов данного ряда. Замечание об условной сходимости.
11. Понятие перестановки ряда. Теорема о перестановках абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.
12. Понятие функционального ряда, области сходимости.
13. Сходимости и равномерная сходимость функциональной последовательности. Супремальный критерий и критерий Коши равномерной сходимости функциональной последовательности.
14. Свойства равномерно сходящейся последовательности - 3 теоремы: о непрерывности предельной функции, об интегрировании, о дифференцировании.
15. Понятие равномерно сходящегося ряда. Свойства и критерии равномерной сходимости ряда: супремальный критерий, критерий Коши, необходимое условие, непрерывность суммы, возможность почленного интегрирования и дифференцирования.
16. Признаки равномерной сходимости ряда: Вейерштрасса, Дирихле, Абеля.
17. Степенные ряды: определение, сведение с помощью замены к более простому виду. Первая теорема Абеля. Следствие о существовании радиуса сходимости. Теорема Адамара (о формуле для радиуса сходимости).
18. Теорема о промежутке равномерной сходимости степенного ряда. Вторая теорема Абеля. Вычисление суммы .
19. Определение ряда Тейлора. Теорема о сходимости ряда Тейлора к функции (об ограниченности производных). Теорема единственности ряда Тейлора.
20. Разложение в ряд Маклорена функций , , ,,.
21. Интегральная форма остаточного члена ряда Тейлора. Разложение функции  в ряд Маклорена и доказательство сходимости ряда к этой функции.
22. Разложение функции  в ряд Маклорена и доказательство сходимости ряда к этой функции.
23. Ортогональные и ортонормированные системы функций. Доказательство ортогональности тригонометрической системы на промежутке . Ряд Фурье непрерывной функции по ортогональной системе. Лемма о коэффициентах этого ряда. Выражения для коэффициентов тригонометрического ряда Фурье.
24. Ряд Фурье абсолютно интегрируемой функции. Лемма Римана.
25. Ядро Дирихле, его свойства. Формула Дирихле для частных сумм тригонометрического ряда Фурье.
26. Принцип локализации.
27. Условие Гёльдера. Сходимость ряда Фурье в точке.
28. Особенности ряда Фурье для четных и нечетных функций.
29. Теорема о равномерном приближении непрерывной периодической функции тригонометрическими многочленами.

**Порядок формирования экзаменационного билета:** *по одному вопросу из первой и второй половины перечня вопросов к экзамену*

Пример экзаменационного билета № 1

1. Признаки равномерной сходимости ряда: Вейерштрасса, Дирихле, Абеля.
2. Условие Гёльдера. Сходимость ряда Фурье в точке.

**Шкала оценивания и критерии оценки:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Оценка** | **Минимальное количество баллов** | **Максимальное количество баллов** |
| «5» (отлично) | 90 | 100 |
| «4» (хорошо) | 74 | 90 |
| «3» (удовлетворительно) | 60 | 74 |
| «2» (неудовлетворительно) | 0 | 60 |

Знания, умения и навыки обучающихся при промежуточной аттестации **в форме экзамена** определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

«Отлично» – обучающийся глубоко и прочно усвоил весь программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, не затрудняется с ответом при видоизменении задания, свободно справляется с задачами и практическими заданиями, правильно обосновывает принятые решения, умеет самостоятельно обобщать и излагать материал, не допуская ошибок.

«Хорошо» – обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос, может правильно применять теоретические положения и владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий.

«Удовлетворительно» – обучающийся усвоил только основной материал, но не знает отдельных деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушает последовательность в изложении программного материала и испытывает затруднения в выполнении практических заданий.

«Неудовлетворительно» – обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания, задачи.