Структура подгруппы модели Фибоначчи унитарной группы

Гилев П. А., Катасонов В. Г., Попов И. Ю.

Унитарная группа

Специальная унитарная группа — группа матриц по умножению с рядом свойств:

- $\det A = 1$
- сопряженная матрица является обратной
- SU(n) обозначает специальную унитарную группу для матриц n x n

SU(2)

Общий вид SU(2)

$$\begin{pmatrix} z & w \\ -\bar{w} & \bar{z} \end{pmatrix}$$

Имеют альтернативное представление, если $z = a + bi, w = c + di$

$$\begin{pmatrix} a + bi & c + di \\ di - c & a - bi \end{pmatrix}$$

Сопоставление кватериона матрицам

$$\begin{pmatrix} a+bi & c+di \\ di-c & a-bi \end{pmatrix}$$

сопоставляется кватеринон:

$$q = a + bi + cj + dk$$

Алгебра кватернионов

$$uv = -\xi(\psi^{-1}(u) \cdot \psi^{-1}(v)) + \psi(\psi^{-1}(u) \times \psi^{-1}(v))$$

$$\xi : \mathbb{R} \to \mathbb{H}_4$$

$$\psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{H}_4$$

$$g = a + bu$$

$$g\psi(P)g^{-1} = \psi((a^2 - b^2)P + 2ab(P \times \psi^{-1}(u)) + 2(P \cdot u)b^2u$$

Кватернионы связываются как с SU(2), так и с SO(3)

Группа кос

B_n – группа кос с n - 1 образующими

- $\forall i, j : |i - j| > 1, s_i s_j = s_j s_i$
- $\forall i, i \in 1 \ldots n - 1, s_i s_{i+1} s_i = s_{i+1} s_i s_{i+1}$

Теорема о плотности

Пусть $g = a + bu, h = a + bv$, тогда

$ghg = hgh$ – инвариант из группы кос

$\{g, h\}$ – плотная подгруппа в SU(2)

Поворот в SO(3) происходит в три поворота вокруг двух непараллельных осей

Спасибо за внимание! Вопросы?

grandarchtemplar@gmail.com