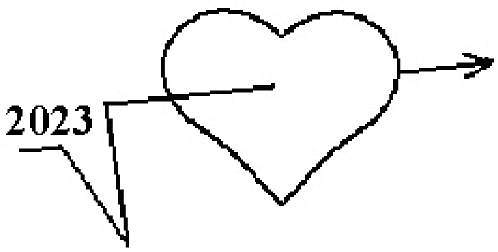
Министерство образования и науки Российской Федерации
Национальный исследовательский ИТМО
(ИТМО)

Региональная студенческая математическая олимпиада Санкт-Петербурга 2023 г.



Санкт-Петербург

2023

В 2000-2023 гг. студенческая олимпиада г. Санкт-Петербурга по математике проводилась Национальным исследовательским университетом ИТМО (до 2019 года носившим название Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики, а до 2011 - Санкт-Петербургский государственный университет информационных технологий, механики и оптики, СПбГУ ИТМО). В 2023 году каждый вуз мог выставить на олимпиаду одну команду из 3 человек (в командный зачет входили все участники команды) и студентов в личный зачет. В личном зачете участвовали все заявленные студенты. Результат вуза в командном зачете определялся по результату его команды.

Олимпиада проводилась в воскресенье 22 октября 2023 года. На решение задач отводилось 4 часа. Пользоваться печатными или электронными справочниками не разрешалось. Студентам всех групп было предложено 9 задач. Каждая задача оценивалась в 10 баллов.

Председателем жюри был профессор И.Ю.Попов. В оргкомитет олимпиады входили: проректор Университета ИТМО д.т.н., проф. Никифоров В.О., д.ф.-м.н. Попов И.Ю., к.т.н. Блинова И.В., к.ф.-м.н. Трифанова Е.С., к.ф.-м.н. Трифанов А.И, доц.., к.ф.-м.н. Попов А.И., к.т.н. Правдин К.В., к.ф.-м.н. Бойцев А.А., вед. инж. Коченюк Т.Г., дир. Елисеев О.В., к.ф.-м.н. Аксенов В.Е., нач. Юшков Е.Ю.

Составители: проф., д.ф.-м.н. Попов И.Ю.; доц., к.ф.-м.н. Трифанова Е.С., к.т.н. Блинова И.В., к.ф.-м.н. Трифанов А.И., к.ф.-м.н. Попов А.И., PhD Аксенов В.Е.

Задачи региональной олимпиады студентов вузов Санкт-Петербурга 22.10.2023

1. Кузнечик стартует в начале координат координатной плоскости и совершает последовательность прыжков. Длина каждого прыжка равна ровно 5, и после каждого прыжка кузнечик оказывается в точке, координаты которой являются целыми числами. Какое наименьшее количество прыжков нужно кузнечику, чтобы добраться до точки $(2021, 2021)$?

2. В $\mathbb{R}^3$ заданы четыре точки A, B, C, D. Возможно ли, что $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{CD}|=8$, $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BD}|=10$, $|\overrightarrow{AD}|=|\overrightarrow{BC}|=13$?

3. Для любого положительного вещественного x, положим $g(x)=\lim\limits_{r\to 0}((x+1)^{r+1}-x^{r+1})^{1/r}$. Найти $\lim_{x\to\infty}\dfrac{g(x)}{x}$.

4. Пусть f - трижды дифференцируемая функция ($\mathbb{R}\to\mathbb{R}$) такая, что f имеет не менее пяти различных вещественных корней..Покажите, что функция $f-9f'+27f''-27f'''$ имеет не менее двух различных вещественных корня.

5 Пусть $f:[0,1]\to\mathbb{R}$ интегрируемая функция. Верно ли, что если $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 xf(x)\mathrm{d}x=1$, то $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x\ge 4$?

6. Найти общее решение дифференциального уравнения с отклоняющимся аргументом $x\,y'(\tau)-2y(x)=x$ для $x>0$. В уравнении производная искомой функции $y=y(x)$ вычисляется при $\tau=x+1$.

7. Пусть $a_0=\dfrac{\pi}{2}$, $a_n=\sin(a_{n-1})$ для $n\ge 1$. Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n{}^2$.

8. Пусть A, B и M - вещественные $n\times n$ -матрицы такие, что $AM=MB$ и A и B имеют одинаковые характеристические полиномы. Доказать, что $\det(A-MX)=\det(B-XM)$ для любой $n\times n$ матрицы X с вещественными элементами.

9. Пусть $a<b$, f и g непрерывные функции из $[a,b]$ в $(0,\infty)$ такие, что $\int_a^b f(x)dx=\int_a^b g(x)dx$, но $f\ne g$. Для всех положительных целых n определим $I_n=\int_a^b \dfrac{(f(x))^{n+1}}{(g(x))^n}dx.$ Покажите, что $I_1, I_2, I_3, \ldots$ возрастающая последовательнгость и $\lim_{n\to\infty} I_n=\infty$.

Решения

1. Ответ: 578.

Решение: Каждый переход соответствует добавлению одного из 12 векторов $(0,\pm 5)$, $(\pm 5,0)$, $(\pm 3,\pm 4)$, $(\pm 4,\pm 3)$ к позиции кузнечика. Так как $(2021,2021) = 288(3,4)+288(4,3)+(0,5)+(5,0)$, начиная с начала координат, кузнечик может достичь $(2021,2021)$ за $288+288+1+1=578$ прыжков.

С другой стороны, пусть $z=x+y$ обозначает сумму x и y координат кузнечика. Так что на старте $z=0$, а в конце $z=4042$. Каждый прыжок меняет сумму x и y координат кузнечика не более чем на 7, а $4042>577\times 7$; откуда немедленно следует, что кузнечику потребуется не менее 578 прыжков, чтобы из $(0,0)$ попасть в $(2021,2021)$. А за 578 прыжков, как было показано выше, он это сделать может.

2. Ответ: Невозможно.

Решение: Длина вектора не меньше его проекции на другой вектор:
$|\overrightarrow{CD}| \ge \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{CD} = \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{CA} + \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{AB} + \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{BD}..$ Оценим проекции.

$|\overrightarrow{AD}|^2 = |\overrightarrow{AB}|^2 + |\overrightarrow{BD}|^2 + 2|\overrightarrow{AB}| \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{BD}$. Подставим числовые данные:

$169 = 64+100+32\Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{BD} \Rightarrow \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{BD} = \dfrac{5}{32}.$ Аналогично:

$|\overrightarrow{CB}|^2 = |\overrightarrow{CA}|^2 + |\overrightarrow{AB}|^2 + 2|\overrightarrow{AB}| \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{CA}$. Подставим числовые данные:

$169 = 64+100+32\Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{BD} \Rightarrow \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{BD} = \dfrac{5}{32}.$ Таким образом, получаем

$8 = |\overrightarrow{CD}| \ge \Pr_{\overrightarrow{AB}} \overrightarrow{CD} = \dfrac{5}{32}+8+\dfrac{5}{32} = 8+\dfrac{5}{16}$. Противоречие.

3. Ответ: e.

Решение: По правилу Лопиталя имеем

$$\begin{aligned}
&\lim_{r\to 0}\frac{\ln((x+1)^{r+1}-x^{r+1})}{r}\\
&\quad=\lim_{r\to 0}\frac{d}{dr}\ln((x+1)^{r+1}-x^{r+1})\\
&\quad=\lim_{r\to 0}\frac{(x+1)^{r+1}\ln(x+1)-x^{r+1}\ln x}{(x+1)^{r+1}-x^{r+1}}\\
&\quad=(x+1)\ln(x+1)-x\ln x,
\end{aligned}$$

Значит $g(x)=e^{(x+1)\ln(x+1)-x\log x}=\dfrac{(x+1)^{x+1}}{x^x}$. Таким образом,

$$\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x}=\left(\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{x}\right)\cdot\left(\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x\right)=1\cdot e=e.$$

4. Решение: Пусть $g(x) = -e^{-x/3} f(x)$. Тогда g имеет по крайней мере 5 различных вещественных корней. Последовательно применяя теорему Ролля, находим, что g', g'', g''' имеют не менее $4, 3, 2$ различных корней, соответственно. Но

$$g'''(x) = \frac{1}{27} e^{-x/3}(f(x) - 9f'(x) + 27f''(x) - 27f'''(x)),$$

а $e^{-x/3}$ не обращается в нуль, что и дает требуемый результат.

5. Ответ: Верно.

Решение: Из $\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 xf(x)\,\mathrm{d}x = 1$ получаем $\int_0^1 f(x)(x - \frac{1}{3})\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}$. Тогда по неравенству Коши-Буняковского-Шварца имеем:

$\int_0^1 f^2(x)\,\mathrm{d}x \cdot \int_0^1 (x - \frac{1}{3})^2\,\mathrm{d}x \geq [\int_0^1 f(x)(x - \frac{1}{3})\,\mathrm{d}x)]^2 = \frac{4}{9}$. Поскольку $\int_0^1 (x - \frac{1}{3})^2\,\mathrm{d}x = \frac{1}{9}$, получаем, что $\int_0^1 f^2(x)\,\mathrm{d}x \geq 4$.

6. Решение (предложено победителем олимпиады Захаром Яковлевым (Университет ИТМО)).

Пусть $y(x) = h(x) - x$, тогда

$$x\,h'(\tau) - x - 2h(x) + 2x = x \Rightarrow x\,h'(\tau) = 2h(x). \qquad (1)$$

Частное решение $h(x)$ можно найти в виде полинома

$$h(x) = Ax^2 + Bx + C. \qquad (2)$$

Имеем $h(x) = 2Ax + B$ и

$$h'(\tau) = h'(1 + x) = 2A(1 + x) + B \qquad (3)$$

Подстановка представлений (2) и (3) в однородное уравнение (1) дает равенство

$$x(2A(1 + x) + B) - 2(Ax^2 + Bx + C) = 0.$$

После преобразования получим: $x(2A - B) - 2C = 0$. Отсюда:

$$B = 2A, \text{ и } C = 0.$$

Значит

$$h(x) = A(x^2 + 2x). \qquad (4)$$

Однако, это не общее решение. Оно должно быть определено при $x > 0$, но при $1 \geq x > 0$ на производную нет никаких ограничений, то есть на $x \in (0,1]$ $y(x)$ (и $h(x)$, соответственно) может быть выбрана произвольно (с условием необходимого стремления к нулю в нуле). Рассмотрим, как распространить решение на всю полуось. Проинтегрируем уравнение (1)

$$h'(\tau) = \frac{2h(x)}{x} \Rightarrow .$$

$$\int_0^{x_0} h'(\tau)dx = \int_0^{x_0} \frac{2h(x)}{x}dx \Leftrightarrow$$

$$h(x_0+1)=h(1)+\int_0^{x_0}\frac{2h(x)}{x}dx \qquad (5)$$

Функцию $h(x)$ определим рекуррентно. При $x_0=0$ ‘ это просто некоторая константа $h(1)$. При $1\ge x_0>0$ соотношение (5) определяет функцию на промежутке $2\ge x\ge 1$. Еа следующие промежутки длиной 1: распространяем ее рекуррентно, то есть если она задана на $[0,n]$, то на $[n,n+1]$ задаем ее формулой:

$$h(x_0+n)=h(1)+\int_0^{x_0+n-1}\frac{2h(x)}{x}dx=h(n-1)+\int_{n-1}^{x_0+n-1}\frac{2h(x)}{x}dx.$$

7. Ответ: Ряд расходится.

Решение: Заметим, что $\sin(x)<x$ для всех $x>0$, последовательность $\{a_n\}$ положительтная и убывающая, $a_1=1$. Для $x\in[0,1]$ верно неравенство $\sin(x)\ge x-x^3/6$. Это следует из формулы Тейлора: $\sin(x)=x-x^3/6+(\sin c)x^4/24$ где c - некоторое число между 0 и x.

Покажем, что верна оценка $a_n\ge 1/\sqrt{n}$ для всех $n\ge 1$. Отсюда будет следовать, что $\sum a_n^2$ расходится, так как $\sum 1/n$ расходится. Докажем оценнку индукцией по n. При $n=1$ неравенство очевидно. Предположим, что $a_n\ge 1/\sqrt{n}$. Чтобы доказать, что $a_{n+1}=\sin(a_n)\ge 1/\sqrt{n+1}$, заметим, что $\sin(a_n)\ge\sin(1/\sqrt{n})$. Тогда достаточно доказать, что $x-x^3/6\ge 1/\sqrt{n+1}$ при $x=1/\sqrt{n}$. Возводя обе части в квадрат, получаем эквивалентное неравенство $(n+1)(6n-1)^2\ge 36n^3$, или $24n^2-11n+1\ge 0$. Но $24n^2-11n+1=(3n-1)(8n-1)$, что положительно при $n\ge 1$, то есть по индукции неравенство $a_n\ge 1/\sqrt{n}$ доказано, что и завершает решение задачи.

8. Решение 1: Оперируя со строками и столцами, можно построить обратимые матрицы U,V такие, что $U^{-1}MV$ является блочно-диагональной матрицей вида

$$\begin{pmatrix} I & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}.$$

Пусть $A'=U^{-1}AU, M'=U^{-1}MV, B'=V^{-1}BV$, $X'=V^{-1}XU$, так что $A'M'=M'B'$, $\det(A-MX)=\det(U^{-1}(A-MX)U)=\det(A'-M'X')$, и $\det(B-XM)=\det(V^{-1}(B-XM)V)=\det(B'-X'M')$. Соответствующие блоки имеют вид

$$A'=\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{pmatrix}, B'=\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12}\\ B_{21} & B_{22}\end{pmatrix}, X'=\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12}\\ X_{21} & X_{22}\end{pmatrix}.$$

Далее, имеем

$$A'M'=\begin{pmatrix} A_{11} & 0\\ A_{21} & 0\end{pmatrix}, \qquad M'B'=\begin{pmatrix} B_{11} & B_{12}\\ 0 & 0\end{pmatrix},$$

Поэтому должно быть $A_{11}=B_{11}$ и $A_{21}=B_{12}=0$; в частности, характеристический полином A есть произведение характеристических полиномов A_{11} и A_{22}, а характеристический полином B есть произведение характеристических полиномов B_{11} и B_{22}. Поскольку $A_{11}=B_{11}$, то A_{22} и B_{22} имеют одинаковые характеристические полиномы. Так как

$$X'M'=\begin{pmatrix} X_{11} & 0 \\ X_{21} & 0 \end{pmatrix}, \qquad M'X'=\begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

получаем

$$\begin{aligned}
\det(A-MX) &= \det(A'-M'X') \\
&= \det\begin{pmatrix} A_{11}-X_{11} & A_{12}-X_{12} \\ 0 & A_{22} \end{pmatrix} \\
&= \det(A_{11}-X_{11})\det(A_{22}) \\
&= \det(B_{11}-X_{11})\det(B_{22}) \\
&= \det\begin{pmatrix} B_{11}-X_{11} & 0 \\ B_{21}-X_{21} & B_{22} \end{pmatrix} \\
&= \det(B'-X'M') \\
&= \det(B-XM),
\end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Решение 2: Докажем прямо, что $A-MX$ и $B-XM$ имеют одинаковые характеристические полиномы, то есть для всех $t\in\mathbb{R}$, обозначая $A_t=A-tI$, $B_t=B-tI$, имеем

$$\det(A_t-MX)=\det(B_t-XM).$$

Для заданных A,B,M, установленное соотношение есть тождественного равенства полиномов от t и от элементов матрицы X. Поэтому достаточно проверить результат, предполагая, что A_t,B_t,X обратимы. Поскольку $AM=MB$, мы также имеем $A_tM=MB_t$, значит $A_tMB_t^{-1}=M$. Так как $\det(A_t)=\det(B_t)$ по предположению,

$$\begin{aligned}
&\det(A_t-MX)=\det(A_t-A_tMB_t^{-1}X)=\det(A_t)\det(1-MB_t^{-1}X) \\
&=\det(A_t)\det(X)\det(B_t)^{-1}\det(X^{-1}B_t-M)=\det(X)\det(X^{-1}B_t-M)=\det(B_t-XM).
\end{aligned}$$

Замечание: Можно прямо установить, что $\det(1-MB_t^{-1}X)=\det(1-XMB_t^{-1})$, используя факт, что для любых квадратных матриц U и V, UV и VU имеют одинаковые характеристические полиномы; последнее опять доказывается сведением к случаю, когда одна из двух матриц обратима, причем в данном случае матрицы подобны.

Решение 3: Проверим, что для каждого положительного целого k,

$$Trace((A-MX)^k)=Trace((B-XM)^k).$$

Это будет означать, что $A-MX$ и $B-XM$ имеют одинаковые характеристические полиномы, что и требовалось.

Установим требуемое, раскладывая обе стороны и сравнивая отдельные члены. По предположению A^k и B^k имеют одинаковые характеристические полиномы, поэтому $Trace(A^k)=Trace(B^k)$. Чтобы сравнить другие члены, достаточно проверить, что для любой последовательности $i_1, i_2, \ldots, i_m$ неотрицательных целых, $Trace(A^{i_1} MXA^{i_2} MX \cdots A^{i_{m-1}} MXA^{i_m}) = Trace(B^{i_1} XMB^{i_2} XM \cdots B^{i_{m-1}} XMB^{i_m})$.

Чтобы установить это равенство, во-первых, воспользуемся замечанием из предыдущего решения, чтобы написать

$$Trace(A^{i_1} MXA^{i_2} MX \cdots A^{i_{m-1}} MXA^{i_m}) = Trace(A^{i_m + i_1} MXA^{i_2} MX \cdots A^{i_{m-1}} MX).$$

Затем используем соотношение $AM = MB$ повторяя, ставя M после A, чтобы получить

$$Trace(MB^{i_m + i_1} XMB^{i_2} XM \cdots XMB^{i_{m-1}} X).$$

В заключение, применяем замечание снова, чтобы сдвинуть MB^{i_m} с левого конца на правый.

9. **Решение:** Расширим определение I_n на $n = 0; -1$ по той же формуле.

$I_0 = \int_a^b f(x)dx > 0$, $I_{-1} = \int_a^b g(x)dx > 0$. Поскольку верно равенство

$\int_a^b (g(x) - f(x))dx = \int_a^b \frac{1}{g(x)}(-f(x)g(x) + g^2(x))dx = 0$, получаем

$$\begin{aligned} I_1 - I_0 &= \int_a^b \frac{f(x)}{g(x)}(f(x) - g(x))dx \\ &= \int_a^b \frac{(f(x) - g(x))^2}{g(x)} dx > 0, \end{aligned}$$

где неравенство следует из того, что подынтегральная функция – неотрицательна, непрерывна и не равна тождественно нулю на $[a,b]$.

Заметим, что для $n \ge 0$ и $x \in [a,b]$, выполнено

$$(f(x) - g(x))\left(\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)^{n+1} - \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)^{n}\right) \ge 0$$

Потому что оба множителя имеют одинаковый знак, причем равенство имеет мест о только при $f(x) = g(x)$. Раскроем скобки в левой части неравенства:

$\frac{(f(x))^{n+2}}{(g(x))^{n+1}} - \frac{(f(x))^{n+1}}{(g(x))^{n}} - \frac{(f(x))^{n+1}}{(g(x))^{n}} + \frac{(f(x))^{n}}{(g(x))^{n-1}} \ge 0.$

Проинтегрируем неравенство по $[a,b]$. Поскольку f и g не равны тождественно и непрерывны, получаем строгое неравпенство $I_{n+1} - I_n > I_n - I_{n-1}$.

В частности,

$$I_{n+1} - I_n \ge I_1 - I_0 > I_0 - I_{-1} = 0.$$

Значит, последовательность $I_1, I_2, I_3, \ldots$ возрастающая и растет быстрее арифметической прогрессии с разностью $I_1 - I_0 > 0$, а следовательно стремится к $+\infty$.

Количество участников, решивших задачи (определено по формуле: полная сумма набранных всеми участниками баллов за задачу, деленная на 10 (стоимость задачи)).

№ задачи	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Кол-во решивших	57,2	37,1	26,3	9,4	7,3	7,7	6,6	4,1	1,8

В олимпиаде приняли участие студенты следующих университетов:

Университет ИТМО

Санкт-Петербургский государственный экономический университет (СПбГЭУ)

Военная академия связи имени С.М. Буденного (ВАС)

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения (ГУАП)

Государственный университет морского и речного флота им. адм. С.О. Макарова (ГУМРФ)

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского (ВКА)

Военный институт (инженерно-технический) (ВИИТ)

Санкт-Петербургский горный университет

Балтийский государственный технический университет "Военмех" им. Д.Ф. Устинова (БГТУ, ВОЕНМЕХ)

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ имени В.И.Ульянова (ЛЭТИ)"

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбГПУ)

Российский государственный педагогический университет им. А.И.Герцена (РГПУ)

Санкт-Петербургского государственного университета телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича(СПбГУТ)

Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", Санкт-Петербургский филиал (ВШЭ)

Санкт-Петербургский университет государственной противопожарной службы МЧС России имени героя Российской Федерации генерала армии Е.Н.Зиничева

Российский государственный гидрометеорологической университет

Результаты в командном зачете:

I группа	II группа	III группа
1.ИТМО – 176 **2.СПбПУ - 68** **3.ВШЭ - 60** **4.**РГПУ – 22	**1. ЛЭТИ – 63** **2. ВКА – 57** **3. БГТУ – 41** **4.** ГУТ – 33 **5.** ГУАП – 27	1. **Горный – 60** 2. **ГУМРФ – 54** 3. **ВИ(ИТ) - 39** 4. РГГМУ – 25 5. СПбГЭУ – 15 6. ВАС – 13 7. МЧС - 1

Результаты участников, вошедших в командный зачет

I группа

ИТМО

Орешников Д. М.	48
Родионенко К. А.	57
Яковлев З. А.	71

СПбПУ

Гольдберг А. А.	47
Красников Р. А.	21

ВШЭ

Стержнев М. А.	25
Серков А. М.	27
Усатов П. В.	8

РГПУ

Гиниятуллин Э. И.	20
Зинченко М. А.	2

II группа

ЛЭТИ

Иванов С. К.	10
Сабанов П. А.	23
Самулевич С.А.	30

ВКА

Козлов В. В.	14
Мухаметов В. Б.	22
Бабух В. А.	21

БГТУ

Бояркина Ю.В.	7
Беляков А. Г.	15
Раткевич Г. А.	19

СПбГУТ

Рассказчиков И. Т.	6
Ярославцев З. Р.	22
Прошак В. А.	5

ГУАП

Воробьев Ф. М.	9
Салиба Н. Ж.	12
Власова А. О.	6

III группа

Горный

Яхина К. А.	31
Белим Е. Е.	8
Таах М. Д.	21

ГУМРФ

Кузьмин А. В.	27
Ободков И. Б.	23
Мальцев Ю. С.	4

ВИ(ИТ)

Гизатуллин Р. З.	11
Полыгалов Е. О.	5
Холоденко Е. Д.	23

РГГМУ

Лобанов М. А.	20
Макаров А. А.	5
Варфоломеева А. К.	0

СПбГЭУ

Баранов В. М.	3
Романов А. Д.	6
Сидоров А. А.	6

ВАС

Масленников Н. Е.	7
Монгуш Б. Б.	6

МЧС

Фомичева Т. М.	1
Косенко Г. Е.	0
Горн С. А.	0

Личное первенство:

I группа

№	**ФИО**	**ВУЗ**	**Σ**	**Диплом**
1	Яковлев Захар Александрович	ИТМО	71	Гран-при
2	Родионенко Константин Аркадьевич	ИТМО	57	1
3	Орешников Даниил Михайлович	ИТМО	48	1
4	Гольдберг Артемий Александрович	СПбПУ	47	1
5	Сергеев Виктор Юрьевич	ИТМО	40	1
6	Пакульневич Константин Михайлович	ИТМО	35	2
7	Серков Александр Максимович	ВШЭ	27	2
8	Стрежнев Михаил Алексеевич	ВШЭ	25	2
9	Галимуллин Никита Русланович	ИТМО	23	3
10	Чугунов Андрей Владимирович	ИТМО	22	3
11	Красников Роман Андреевич	СПбПУ	21	3
12	Григоренко Максим Денисович	ВШЭ	21	3
13	Цвигун Александр Сергеевич	ИТМО	20	3
14	Гиниятуллин Эльдар Ирекович	РГПУ	20	3
15	Озерский Максим Владимирович	РГПУ	20	3
16	Бухаров Марк Алексеевич	СПбПУ	18	3
17	Маликов Дмитрий	ВШЭ	16	3

II группа

№	ФИО	ВУЗ	Σ	Диплом
1	Самулевич Степан Александрович	ЛЭТИ	30	1
2	Выонг Ван Зуи	ЛЭТИ	26	1
3	Сабанов Петр Александрович	ЛЭТИ	23	2
4	Мухаметов Вадим Булатович	ВКА	22	2
5	Ярославцев Захар Русланович	СПбГУТ	22	2
6	Бабух Вадим Алексеевич	ВКА	21	2
7	Добренков Владимир Андреевич	ВКА	21	2
8	Богданов Илман Сайд-Эмиевич	ВКА	20	2
9	Шабалин Илья Романович	ЛЭТИ	20	2
10	Раткевич Глеб Андреевич	БГТУ	19	2
11	Полетаев Марк Валерьевич	ВКА	16	3
12	Диканский Владислав Александрович	ВКА	16	3
13	Кашко Никита Евгеньевич	ЛЭТИ	16	3
14	Беляков Антон Сергеевич	БГТУ	15	3
15	Галиаскаров Тимур Динарович	ВКА	15	3
16	Бухарин Максим Алексеевич	ЛЭТИ	15	3
17	Дудкин Михаил Валерьевич	ЛЭТИ	15	3
18	Шарыгин Алексей Александрович	ЛЭТИ	15	3
19	Козлов Виктор Владимирович	ВКА	14	3
20	Петухов-Покровский Родион Александрович	БГТУ	13	3
21	Салиба Набиль Жорж	ГУАП	12	3
22	Григорьева Ольга Викторовна	ЛЭТИ	11	3

III группа

№	ФИО	ВУЗ	Σ	Диплом
1	Яхина Карина Азатовна	Горный	31	1
2	Кузьмин Алексей Вадимович	ГУМРФ	27	1
3	Холоденко Евгений Дмитриевич	ВИ(ИТ)	23	2
4	Ободков Иван Борисович	ГУМРФ	23	2
5	Таах Михаил Дмитриевич	Горный	21	2
6	Лобанов Мирон Алексеевич	РГГМУ	20	2
7	Малахов Дмитрий Витальевич	ВИ(ИТ)	19	2
8	Барулин Михаил Сергеевич	ГУМРФ	19	2
9	Савельев Глеб Вячеславович	ГУМРФ	12	3
10	Ашхабеков Егор Андреевич	ГУМРФ	12	3
11	Шабуневич Георгий Васильевич	ГУМРФ	12	3
12	Гизатуллин Радмир Загитович	ВИ(ИТ)	11	3
13	Зюкин Филипп Евгеньевич	РГГМУ	10	3
14	Филатов Кирилл Сергеевич	РГГМУ	10	3
15	Карпенко Анастасия Александровна	СПбГЭУ	10	3
16	Комов Станислав Алексеевич	ВИ(ИТ)	10	3
17	Никитина Анна Алексеевна	РГГМУ	9	3
18	Гончарук Владимир Андреевич	ГУМРФ	8	3
19	Белим Екатерина Евгеньевна	Горный	8	3
20	Кушнеров Данила Вадимович	Горный	8	3
21	Андреев Максим Алексеевич	ВАС	8	3

Ранжированный список участников студенческой математической олимпиады Санкт-Петербурга по математике 2023 года.

ФИО	ВУЗ	Вес задачи / номер задачи									Σ	Место
		1	2	3	4	5	6	7	8	9		
Яковлев Захар Александрович	ИТМО	10	10	10	10	10	10	4	6	1	71	1
Родионенко Константин Аркадьевич	ИТМО	10	10	10	0	10	3	0	5	9	57	2
Орешников Даниил Михайлович	ИТМО	10	10	10	5	0	0	10	0	3	48	3
Гольдберг Артемий Александрович	СПбПУ	10	10	9	10	0	3	0	5	0	47	4
Сергеев Виктор Юрьевич	ИТМО	10	10	10	1	0	3	0	6	0	40	5
Пакульневич Константин Михайлович	ИТМО	10	10	2	10	0	0	3	0	0	35	6
Яхина Карина Азатовна	Горный	10	8	10	3	0	0	0	0	0	31	7
Самулевич Степан Александрович	ЛЭТИ	10	10	0	1	0	0	9	0	0	30	8
Серков Александр Максимович	ВШЭ	10	10	0	0	1	3	3	0	0	27	9
Кузьмин Алексей Вадимович	ГУМРФ	5	10	5	7	0	0	0	0	0	27	9
Выонг Ван Зуи	ЛЭТИ	0	2	7	0	10	7	0	0	0	26	11
Стрежнев Михаил Алексеевич	ВШЭ	4	10	0	0	1	0	10	0	0	25	12
Холоденко Евгений Дмитриевич	ВИ(ИТ)	0	8	10	0	2	1	1	0	1	23	13
Ободков Иван Борисович	ГУМРФ	0	10	10	1	2	0	0	0	0	23	13
Галимуллин Никита Русланович	ИТМО	10	10	0	0	0	0	3	0	0	23	13
Сабанов Петр Александрович	ЛЭТИ	10	10	2	1	0	0	0	0	0	23	13
Мухаметов Вадим Булатович	ВКА	5	0	10	1	1	4	1	0	0	22	17
Чугунов Андрей Владимирович	ИТМО	10	10	2	0	0	0	0	0	0	22	17

Ярославцев Захар Русланович	СПбГУТ	5	10	5	1	0	0	1	0	0	22	17
Григоренко Максим Денисович	ВШЭ	10	10	0	0	0	0	1	0	0	21	20
Бабух Вадим Алексеевич	ВКА	5	0	2	0	10	3	1	0	0	21	20
Добренков Владимир Андреевич	ВКА	5	8	8	0	0	0	0	0	0	21	20
Красников Роман Андреевич	СПбПУ	5	0	10	0	0	2	0	4	0	21	20
Таах Михаил Дмитриевич	Горный	10	10	0	0	0	1	0	0	0	21	20
Лобанов Мирон Алексеевич	РГГМУ	10	10	0	0	0	0	0	0	0	20	25
Богданов Илман Сайд-Эмиевич	ВКА	5	0	10	0	0	5	0	0	0	20	25
Цвигун Александр Сергеевич	ИТМО	1	10	5	2	2	0	0	0	0	20	25
Шабалин Илья Романович	ЛЭТИ	5	0	10	2	3	0	0	0	0	20	25
Гиниятуллин Эльдар Ирекович	РГПУ	0	10	10	0	0	0	0	0	0	20	25
Озерский Максим Владимирович	РГПУ	10	10	0	0	0	0	0	0	0	20	25
Раткевич Глеб Андреевич	БГТУ	10	8	0	0	0	1	0	0	0	19	31
Малахов Дмитрий Витальевич	ВИ(ИТ)	5	0	10	0	4	0	0	0	0	19	31
Барулин Михаил Сергеевич	ГУМРФ	5	10	2	2	0	0	0	0	0	19	31
Бухаров Марк Алексеевич	СПбПУ	5	10	0	0	1	2	0	0	0	18	34
Маликов Дмитрий	ВШЭ	5	1	0	0	0	0	10	0	0	16	35
Полетаев Марк Валерьевич	ВКА	5	2	2	0	2	0	1	4	0	16	35
Диканский Владислав Александрович	ВКА	4	0	10	0	2	0	0	0	0	16	35
Кашко Никита Евгеньевич	ЛЭТИ	3	10	2	0	0	0	0	0	1	16	35
Беляков Антон Сергеевич	БГТУ	5	10	0	0	0	0	0	0	0	15	39
Галиаскаров Тимур Динарович	ВКА	10	0	2	0	2	0	1	0	0	15	39
Бухарин Максим Алексеевич	ЛЭТИ	5	0	10	0	0	0	0	0	0	15	39
Дудкин Михаил Валерьевич	ЛЭТИ	5	10	0	0	0	0	0	0	0	15	39
Шарыгин Алексей Александрович	ЛЭТИ	5	0	10	0	0	0	0	0	0	15	39
Козлов Виктор Владимирович	ВКА	0	0	10	1	2	1	0	0	0	14	44
Петухов-Покровский Родион Александрович	БГТУ	10	0	0	0	0	3	0	0	0	13	45
Салиба Набиль Жорж	ГУАП	10	2	0	0	0	0	0	0	0	12	46
Савельев Глеб Вячеславович	ГУМРФ	0	2	10	0	0	0	0	0	0	12	46
Ашхабеков Егор Андреевич	ГУМРФ	0	0	10	0	1	0	0	0	1	12	46
Шабуневич Георгий Васильевич	ГУМРФ	2	10	0	0	0	0	0	0	0	12	46
Нгуен Тхи Хань Хуен	СПбПУ	7	0	0	1	0	0	0	4	0	12	46
Чвелева Анна Дмитриевна	СПбПУ	10	1	0	0	0	0	1	0	0	12	46
Гизатуллин Радмир Загитович	ВИ(ИТ)	10	0	0	0	0	1	0	0	0	11	52
Григорьева Ольга Викторовна	ЛЭТИ	1	10	0	0	0	0	0	0	0	11	52
Цислицкий Максим Валерьевич	РГПУ	1	10	0	0	0	0	0	0	0	11	52
Комов Станислав Алексеевич	ВИ(ИТ)	5	0	0	5	0	0	0	0	0	10	55
Захаров Владимир	ВШЭ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	55
Зюкин Филипп Евгеньевич	РГГМУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	55
Филатов Кирилл Сергеевич	РГГМУ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	55
Галкин Ярослав Алексеевич	ВКА	6	0	2	0	1	1	0	0	0	10	55
Багманов Владимир Алексеевич	ИТМО	9	0	0	0	0	0	1	0		10	55
Иванов Серафим Кириллович	ЛЭТИ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	55
Федоров Михаил Вадимович	ЛЭТИ	10	0	0	0	0	0	0	0	0	10	55
Деменев Андрей Сергеевич	СПбГУТ	8	2	0	0	0	0	0	0	0	10	55
Карпенко Анастасия Александровна	СПбГЭУ	0	2	1	7	0	0	0	0	0	10	55

Воробьев Филипп Михайлович	ГУАП	5	2	2	0	0	0	0	0	0	9	65
Никитина Анна Алексеевна	РГГМУ	0	1	0	5	0	3	0	0	0	9	65
Усатов Павел Васильевич	ВШЭ	5	0	2	0	0	0	1	0	0	8	67
Гончарук Владимир Андреевич	ГУМРФ	5	3	0	0	0	0	0	0	0	8	67
Белим Екатерина Евгеньевна	Горный	5	0	0	1	0	1	1	0	0	8	67
Кушнеров Данила Вадимович	Горный	5	2	0	0	0	1	0	0	0	8	67
Левицкий Максим Леонидович	РГПУ	0	8	0	0	0	0	0	0	0	8	67
Андреев Максим Алексеевич	ВАС	0	0	0	7	0	0	1	0	0	8	67
Бояркина Юлия Владимировна	БГТУ	5	2	0	0	0	0	0	0	0	7	73
Марк Максим Александрович	БГТУ	5	0	0	2	0	0	0	0	0	7	73
Белоусов Алексей Игоревич	ГУАП	5	2	0	0	0	0	0	0	0	7	73
Марценюк Даниил Маркович	ВШЭ	0	2	0	0	0	3	1	0	1	7	73
Тулакин Владимир Владимирович	ВКА	7	0	0	0	0	0	0	0	0	7	73
Косарев Артём Сергеевич	СПбГУТ	5	0	2	0	0	0	0	0	0	7	73
Масленников Никита Евгеньевич	ВАС	5	0	2	0	0	0	0	0	0	7	73
Топилин Ярослав Павлович	ВИ(ИТ)	2	2	0	0	0	2	0	0	0	6	80
Девятовский Сергей Евгеньевич	ГУМРФ	0	0	0	2	1	3	0	0	0	6	80
Гиршович Даниил Игоревич	ЛЭТИ	5	0	0	0	0	1	0	0	0	6	80
Рассказчиков Игорь Тимофеевич	СПбГУТ	5	0	1	0	0	0	0	0	0	6	80
Амилющенко Данила Александрович	СПбГУТ	5	1	0	0	0	0	0	0	0	6	80
Сараева Любовь Владимировна	СПбГУТ	1	0	0	5	0	0	0	0	0	6	80
Монгуш Байыр Буянович	ВАС	5	0	0	0	1	0	0	0	0	6	80
Романов Александр Дмитриевич	СПбГЭУ	0	0	0	0	1	0	0	5	0	6	80
Сидоров Андрей Александрович	СПбГЭУ	5	0	0	0	0	0	1	0	0	6	80
Залуцкий Герман Александрович	БГТУ	3	0	0	0	0	1	0	1	0	5	89
Полыгалов Егор Олегович	ВИ(ИТ)	0	0	0	0	2	3	0	0	0	5	89
Гуреев Даниил Николаевич	ВИ(ИТ)	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Залесов Максим Игоревич	ВИ(ИТ)	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Асатуров Давид Гивиевич	ГУМРФ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Макаров Алексей Андреевич	РГГМУ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Недбайло Олег Владимирович	РГГМУ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Диденко Евгений Михайлович	СПбПУ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Крехов Данил Андреевич	СПбПУ	3	0	2	0	0	0	0	0	0	5	89
Строзенко Константин Викторович	ИТМО	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Косенко Ярослав Алексеевич	ЛЭТИ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Кочуров Александр Дмитриевич	ЛЭТИ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Канева Елена Константиновна	Горный	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Прошак Валерий Андреевич	СПбГУТ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Четвериков Николай Владимирович	СПбГУТ	5	0	0	0	0	0	0	0	0	5	89
Мальцев Юрий Сергеевич	ГУМРФ	2	0	0	0	0	1	0	0	1	4	104
Коробейников Артём Евгеньевич	СПбГЭУ	0	0	2	0	1	1	0	0	0	4	104
Ярошенко Данила Денисович	ИТМО	2	0	0	0	0	0	0	1	0	3	106
Нупрейчик Маргарита	ЛЭТИ	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3	106
Баранов Виктор Михайлович	СПбГЭУ	3	0	0	0	0	0	0	0	0	3	106
Власова Алла Олеговна	ГУАП	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	109
Приходько Мирослав Михайлович	ГУАП	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	109

Гаврилин Андрей Евгеньевич	РГГМУ	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	109
Гробылев Матвей Евгеньевич	РГГМУ	2	0	0	0	0	0	0	0	0	2	109
Мишаков Виктор Александрович	РГГМУ	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	109
Кадникова Анна Дмитриевна	ЛЭТИ	0	2	0	0	0	0	0	0	0	2	109
Зинченко Максим Андреевич	РГПУ	1	0	0	0	0	1	0	0	0	2	109
Павельева Алина Андреевна	СПбГУТ	0	0	2	0	0	0	0	0	0	2	109
Шелгунов Максим Денисович	БГТУ	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	117
Фомичева Тая Михайловна	МЧС	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	117
Казаков Егор Игоревич	РГГМУ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	117
Фадеев Алексей Сергеевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	117
Хрусталева Екатерина Андреевна	РГГМУ	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	117
Косенко Герман Евгеньевич	МЧС	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Горн Сергей Александрович	МЧС	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Жиляева Дарья Олеговна	МЧС	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Ермакова Софья Андреевна	МЧС	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Ященко Никита Николаевич	ГУАП	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Вахрушев Иван Алексеевич	ВИ(ИТ)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Марченко Платон Артемович	ВИ(ИТ)	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Варфоломеева Амина Кирилловна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Лескова Дарья Олеговна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Маркелов Максим Антонович	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Нугаев Олег Энверевич	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Пугач Никита Владиславович	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Фоминова Алина Петровна	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Шевченко Роман Владимирович	РГГМУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Ляпустин Егор Олегович	СПбПУ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Романова Ксения Алексеевна	ЛЭТИ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Волкова Анна Дмитриевна	Горный	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122
Вишняков Андрей Романович	СПбГУТ	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	122